



ELSEVIER

Sensors and Actuators A 46-47 (1995) 509-515

SENSORS
AND
ACTUATORS
A
PHYSICAL

Design of smart sensors: towards an integration of design tools

Jean-Michel Rivière, Damien Luttenbacher, Michel Robert, Jean-Pierre Jouannet

*Centre de Recherche en Automatique de Nancy, CNRS URA D821, Université Henri Poincaré-Nancy I, CRAN-ESSTIN, 2 rue Jean Lamour,
54500 Vandoeuvre, France*

Abstract

In a previous article the authors detailed the concept of smart sensors through an examination of its functionalities: the measurement functionality, the validation functionality, the configuration functionality and the communication functionality. An outline of a methodology for the design of a reference model for smart sensors was also presented. This paper presents further information on the methodology, as well as putting it into practice for the modelling of a smart temperature sensor. The use of different design tools is also envisaged to build up a computer based environment for the design of smart sensors.

Keywords: Smart sensors; Modelling methodology; Design tools

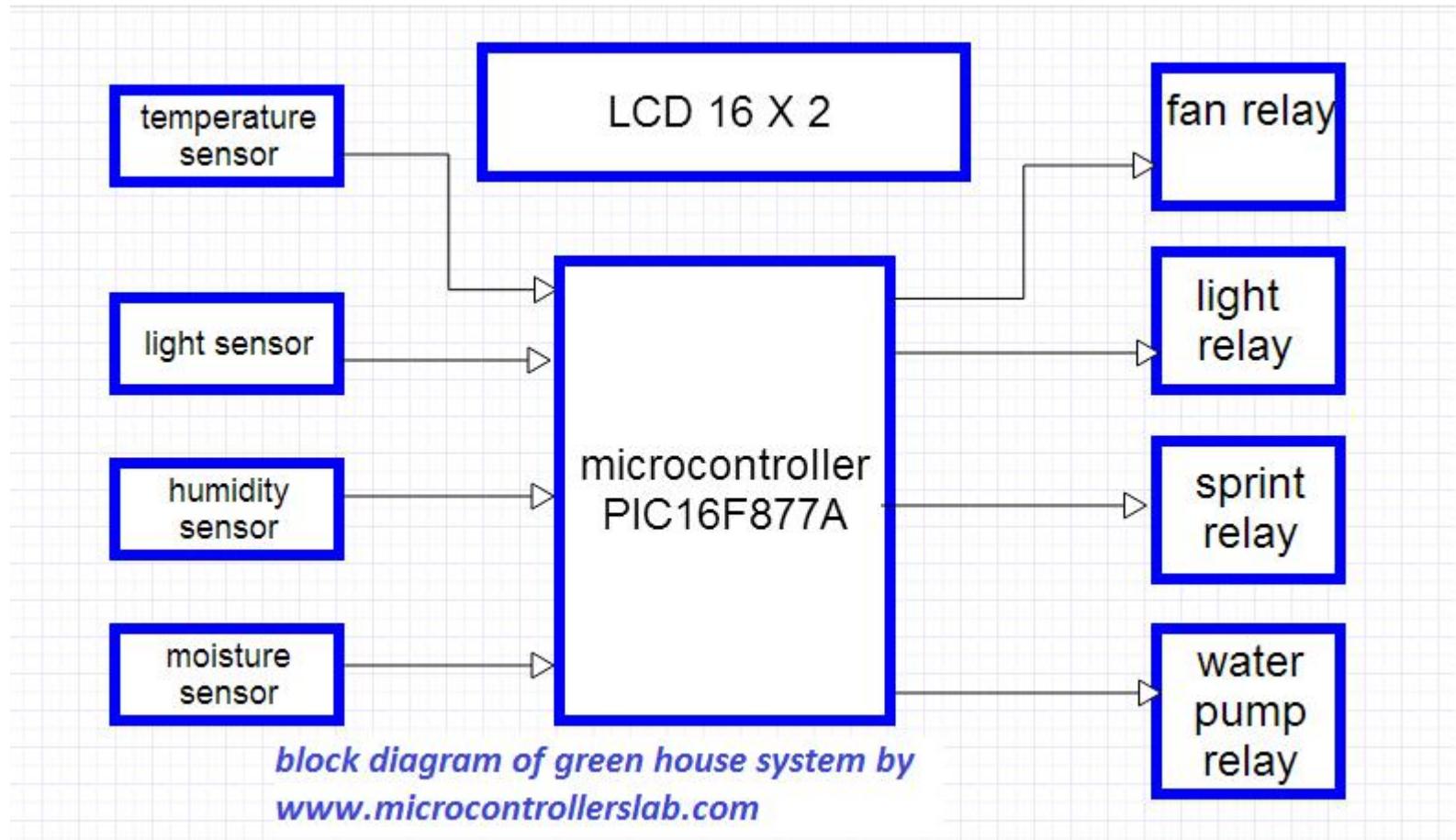
智能仪器仪表设计

Intelligent Instrument: Principle, design and Applications

传感器的基本特性

静态特性和动态特性

-
- *Transducers, sensors and measurements*
 - *Calibration, interfering and modifying inputs*
 - *Static sensor characteristics*
 - *Dynamic sensor characteristics*





- 传感器一般变换各种信息量为电量，对不同的输入信号，输出特性是不同的，由于受传感器内部储能元件（电感、电容、质量块、弹簧等）的影响，对快变信号与慢变信号，反应大不相同。
- 快变信号—— 输入量X随时间 t 较快变化时考虑输出的动态特性即随时间变化的特性；
- 慢变信号—— 输入X为静态或变化极缓慢的信号时研究静态特性，即不随时间变化的特性。

2.1 传感器静态特性

- 当输入量 (X) 为静态 (常量) 或变化缓慢的信号时 (如环境温度、压力)，讨论传感器的静态特性，输入输出关系称静态特性。
- 静态特性包括：
线性度、迟滞、重复性、灵敏度、稳定性...
- 静态特性可以用函数式表示为：

$$Y = f(X)$$

关系式中不含有时间变量！

(1) 线性度

- 传感器的输入输出关系可以用多项式表示:

$$Y = a_0 + a_1x^1 + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$$

其中: X — 输入量,
 Y — 输出量;
 a_0 — $x = 0$ 时的输出值
 a_1 — 理想灵敏度
 a_2, a_3, \dots, a_n — 非线性项系数

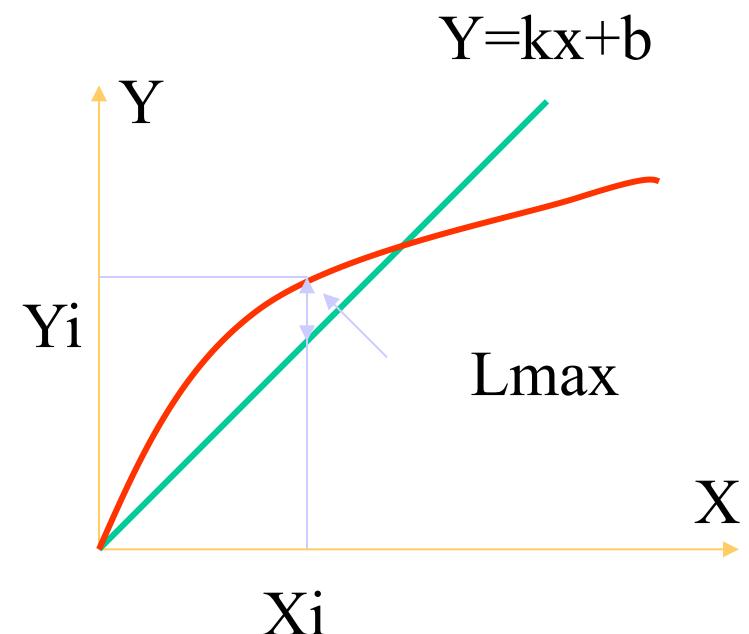
各项系数
 决定了特
 性曲线的
 形式!

❖ 传感器的非线性误差（线性度）
用相对误差表示：

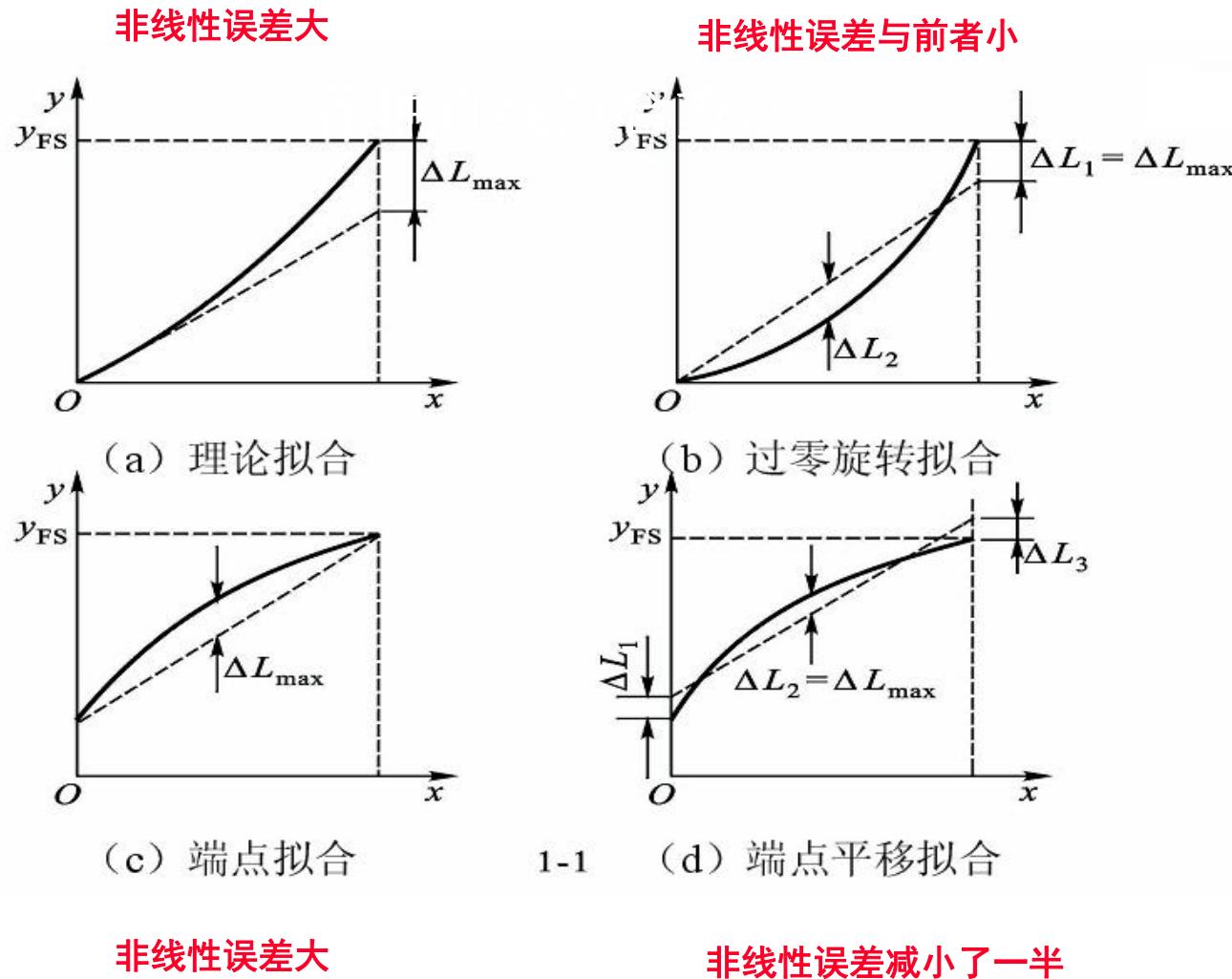
$$\gamma_L = \pm \frac{\Delta L_{\max}}{Y_{FS}} \times 100\%$$

- 最大非线性绝对误差
- 满量程输出
- 线性度

线性度是表征实际特性与拟合直线
不吻合的参数



不同的拟合方法得到不同的线性度！



➤ 最小二乘法线性度

非线性误差小！

设拟合直线方程：

$$y = kx + b$$

取 n个测点，第i 残差为：

$$\Delta i = y_i - (kx + b)$$

求残差平方和为最小

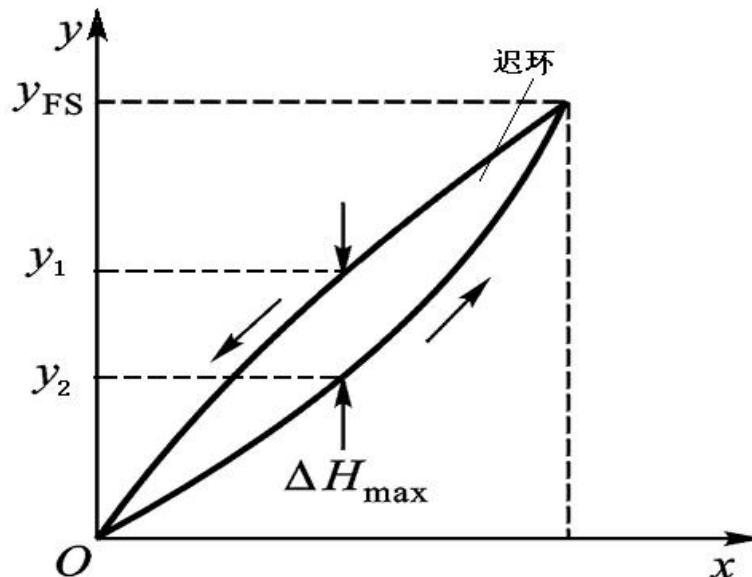
$$\frac{\partial}{\partial k} \sum_{i=1}^n \Delta i^2 = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial b} \sum_{i=1}^n \Delta i^2 = 0$$

解出k、b代入作拟合直线， Δi 为非线性误差

(2) 迟滞

- 传感器在正、反行程期间输入、输出曲线不重合的现象称迟滞。



例：一电子秤

增加砝码	10g	—	50g	—	100g	—	200g
电桥输出	0.5mv	—	2mv	—	4mv	—	10mv
减砝码输出	1mv	—	3mv	—	6mv	—	10mv

- ❖ 迟滞误差计算由满量程输出的百分数表示：

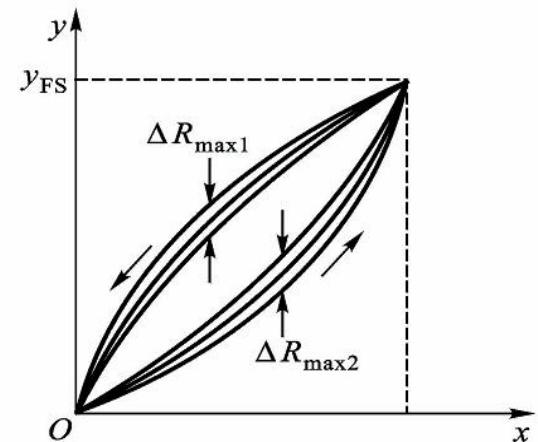
$$\gamma_H = \pm \left(\Delta H_{\max} / Y_{FS} \right) \times 100\%$$

$\Delta H_{\max} = Y_2 - Y_1$ | 为正、反 行程输出值间的最大差值

- ❖ 产生迟滞误差的原因：
由于敏感元件材料的物理性质缺陷造成的。
如弹性元件的滞后、外加磁场、电场作用的铁磁体、铁电体。
迟滞误差的存在使输入输出不能一一对应。

(3) 重复性

- ❖ 传感器输入量按同一方向作多次测量时输出特性不一致的程度。
- ❖ 属于随机误差可用标准偏差表示：



$$\gamma_R = \pm \frac{(2-3)\sigma_{\max}}{Y_{FS}} \times 100\%$$

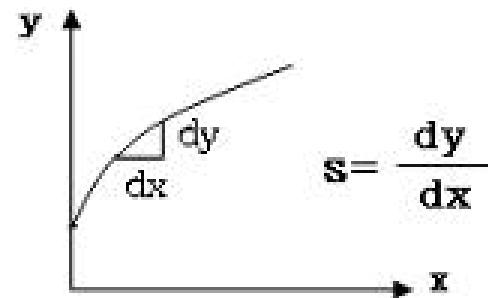
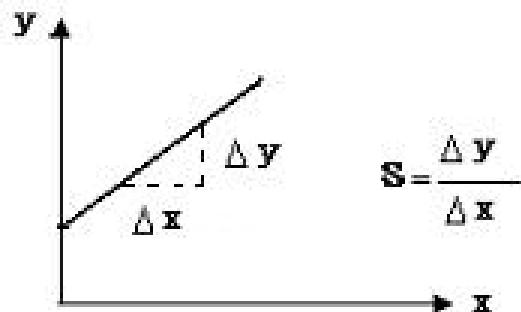
σ_{\max} —— 最大标准差；
 $(2-3)$ —— 置信度；

或用最大重复偏差表示：

$$\gamma_R = \pm \frac{\Delta R_{\max}}{Y_{FS}} \times 100\%$$

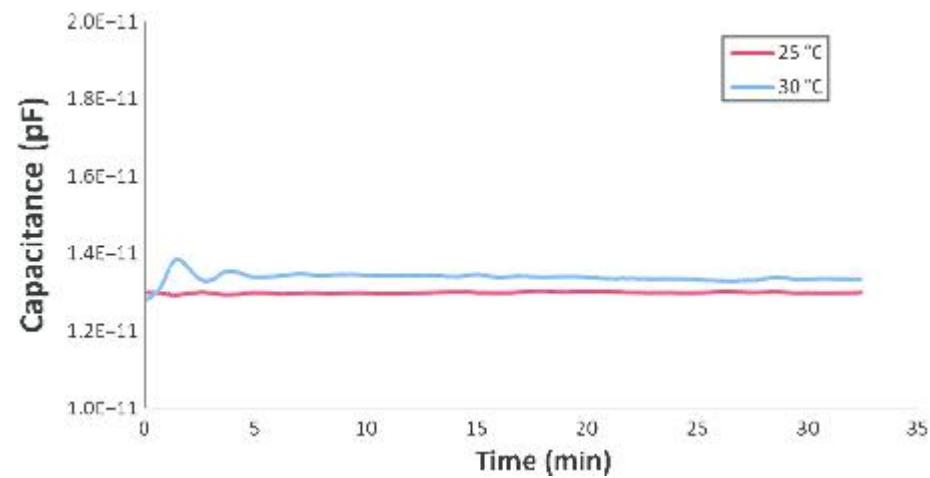
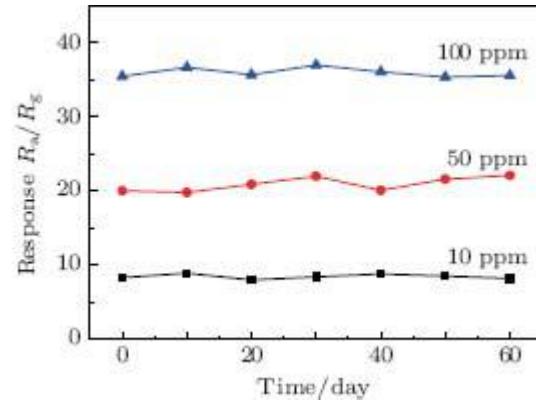
(4) 灵敏度

- ❖ 在稳定条件下输出微小增量与输入微小增量的比值
 - 对线性传感器灵敏度是直线的斜率: $S = \Delta Y / \Delta X$
 - 对非线性传感器灵敏度为一变量: $S = dy/dx$
 - 灵敏度单位, mV/mm $\text{mV/}^{\circ}\text{C}$



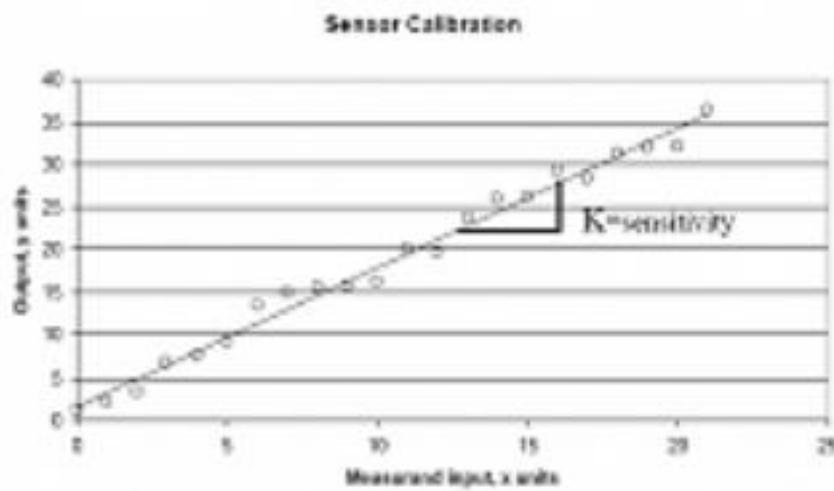
(5) 稳定性(有时称为长时间工作稳定性或零点漂移)

- ❖ 表示传感器在一较长时间内保持性能参数的能力



(6) 分辨率和阈值

- ❖ 分辨率 —— 传感器能够检测到的最小输入增量；
- ❖ 阈值 —— 输入小到某种程度输出不再变化的值；
- ❖ 门槛灵敏度—— 指输入零点附近的分辨能力。



*Resolution=the smallest increment of change
 in the measured value that can be
 determined
 from the readout or recording instrument*
*Sensitivity=the change of output
 (measured value) per unit of input
 (measurand).*
Sensitivity is the slope of the static

calibration curve at a given value of the input.

(7) 漂移 输入量不变，输出量随时间变化！

产生原因 (1) 自身结构, (2) 周围环境

温度漂移通常用传感器工作环境温度偏离标准环境温度（ 20°C ）时的输出值的变化量与温度变化量之比（ \S ）来表示：

$$\S = (Y_t - Y_{20}) / \Delta t$$

温度稳定性误差：

测试时先将传感器置于一定温度（例如）下，将其输出调至零点或某一特定点，使温度上升或下降一定的度数（例如 5°C 或 10°C ），再读出输出值，前后两次输出之差即为温度稳定性误差。温度稳定性误差用每若干 $^{\circ}\text{C}$ 的绝对误差或相对误差表示，每 $^{\circ}\text{C}$ 的误差又称温度误差系数。

2. 2 传感器动态特性

- 动态特性是指传感器输出对时间变化的输入量的响应特性：
- 除理想状态，多数传感器的输入信号是随时间变化的，输出信号一定不会与输入信号有相同的时间函数，这种输入输出之间的差异就是动态误差；
- 传感器输出对时间变化的输入量的响应即反映了传感器的动态特性。

- 当输入量随时间变化时, 讨论传感器的**动态特性**。
如 : 加速度、振动等, 这时被测量是时间的函数,
或是频率的函数。

用时域法表示:

$$Y(t) = f[X(t)]$$

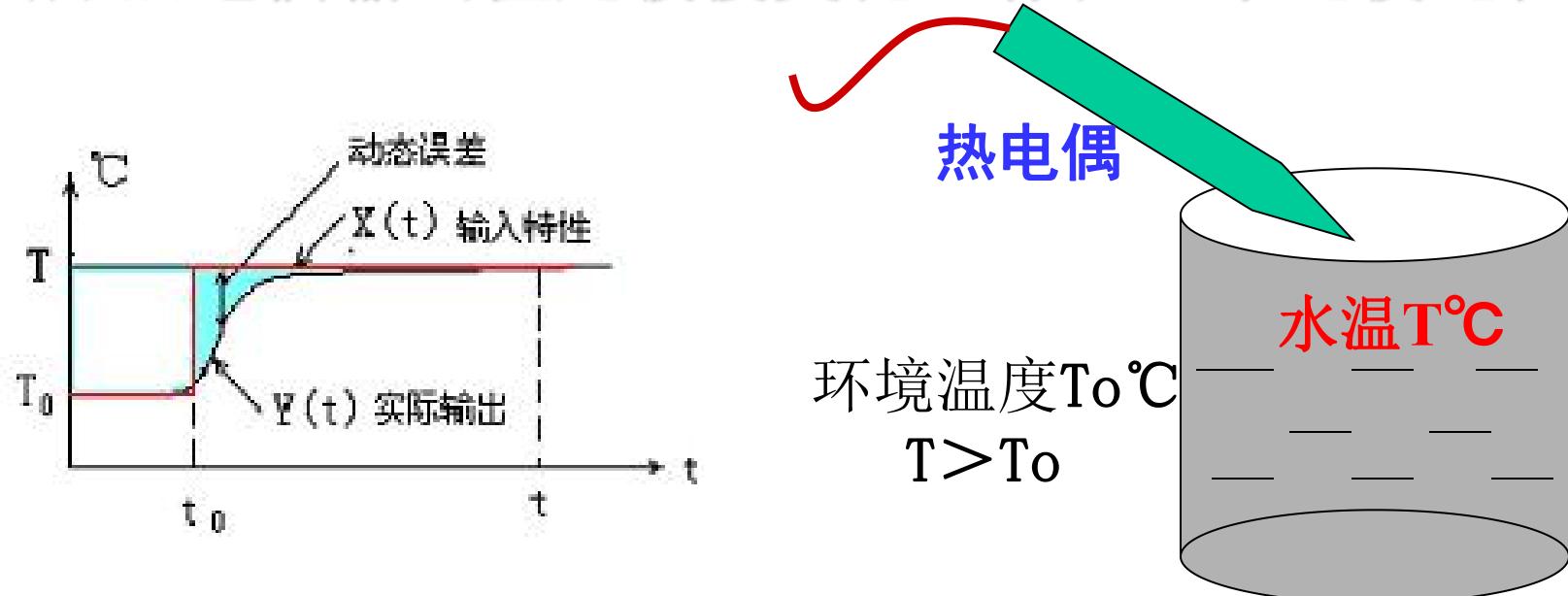
用频域法表示:

$$Y(j\omega) = f[X(j\omega)]$$

动态特性是传感器输出对时间变化的输入量的响应特性, 输入与输出之间存在的差异就是**动态误差**!

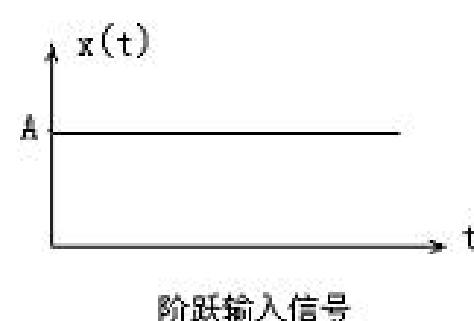
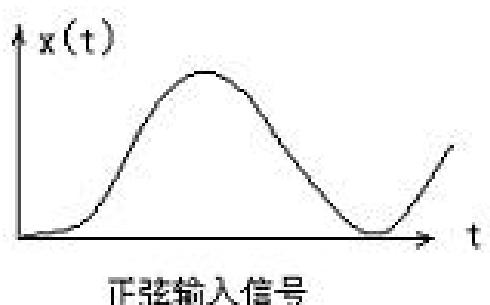
例：动态测温

- 设环境温度为 T_0 , 水槽中水的温度为 T , 而且 $T > T_0$
- 用热电偶测温, 传感器突然插入被测介质中;
- 理想情况测试曲线 T 是阶跃变化的;
- 实际热电偶输出值是缓慢变化, 存在一个过渡过程



影响动态特性的因素还与输入信号的形式有关,

- 输入信号为阶跃变化时, 对传感器随时间变化过程进行分析, 称阶跃响应(瞬态响应);
- 在对传感器进行动态分析时一般采用标准正弦信号和阶跃信号。 输入信号按正弦变化时, 分析动态特性的相位、振幅、频率, 称频率响应;



$$X(t)=0 \quad t \leq 0$$

$$X(t)=1 \quad t > 0$$

(1) 传递函数



假设传感器输入、输出在线性范围变化，当输入量随时间变化时，它们的关系可用高阶常系数线性微分方程表示：

$$a_n \frac{d^n y}{dt^n} + \cdots + a_1 \frac{dy}{dx} + a_0 y = b_m \frac{d^m x}{dt^m} + \cdots + b_1 \frac{dx}{dt} + b_0 x$$

式中： Y—输出； X—输入； a_i 、 b_i 为常数

$$t \leq 0 \quad y = 0$$

$$y(s) = L[F(t)] = \int_0^{\infty} y(t)e^{-st} dt$$

$$x(s) = L[x(t)] = \int_0^{\infty} x(t)e^{-st} dt$$

微分方程两边取拉氏变换， 将实函数变换到复变函数

$$y(s)(a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_0)$$

$$= x(s) (b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \cdots + b_0)$$

传感器的传递函数：

$$H(S) = \frac{y(s)}{x(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \cdots + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_0}$$

传感器传递函数在数学上的定义是：初始条件为零 ($t \leq 0, y=0$)，输出的拉氏变换与输入的拉氏变换之比，可由输入和传递函数求出输出拉氏变换，再求逆变换得出 $y(t)$ 将频域变换为时域。



大多数传感器的情况一般有

$$b_m = b_{m-1} = \cdots = b_1 = 0$$

传递函数可化简为：

$$H(S) = \frac{y(s)}{x(s)} = \frac{b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_0}$$

分母多项式中的方程式有
n个根，总可以分解为一
次和二次的实系数因子

$$a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_0 = 0$$

传递函数可写成：

$$H(S) = A \prod_{i=1}^r \left(\frac{1}{S + P_i} \right) \prod_{j=1}^{(n-r)/2} \left(\frac{1}{S^2 + 2\xi_j \omega_{nj} S + \omega_{nj}^2} \right)$$

式中每个因子式可以看成一个子系统的传递函数
其中 **A** 是零阶系统传递函数

一阶系统传递函数：

$$\frac{1}{S + P_i}$$

二阶系统传递函数：

$$\frac{1}{S^2 + 2\xi_j \omega_{nj} S + \omega_{nj}^2}$$

零阶系统是个特例，无时间滞后，n=0时

$$y = \frac{b_0}{a_0} x = kx$$

一阶系统, n = 1

$$H(S) = \frac{b_0}{a_1 s + a_0}$$

二阶系统, n = 2

$$H(S) = \frac{b_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}$$

用分母的阶次代表传感器的特征，数学模型是n阶就称n阶传感器。一个高阶系统可以看成若干个零阶、一阶、二阶系统串联。传感器种类很多，一般可简化为一阶或二阶系统，高阶传感器较少，也可分解成若干低阶环节。

(2) 一阶系统的动态响应 (惯性系统)

- ❖ 一阶系统传递函数

$$H(S) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{b_0}{a_1 s + a_0} = \frac{\cancel{b_0}}{\cancel{a_1} / a_0 \cancel{s+1}} = \frac{k}{\tau s + 1}$$

$$k = \frac{b_0}{a_0} \quad \text{静态灵敏度}$$

$$\tau = \frac{a_1}{a_0} \quad \text{时间常数}$$

设k=1传递函数可简化为：

$$H(S) = \frac{1}{\tau s + 1}$$

❖ 一阶传感器的阶跃响应（瞬态响应）

单位阶跃信号拉氏变换为：

$$X(t) = 1(t)$$

$$X(S) = \frac{1}{S}$$

$$L\{X(t)\} = \frac{1}{S}$$

一阶系统输出
拉氏变换为：

$$Y(s) = X(s) H(S) = \frac{1}{\tau s + 1} \cdot \frac{1}{S}$$

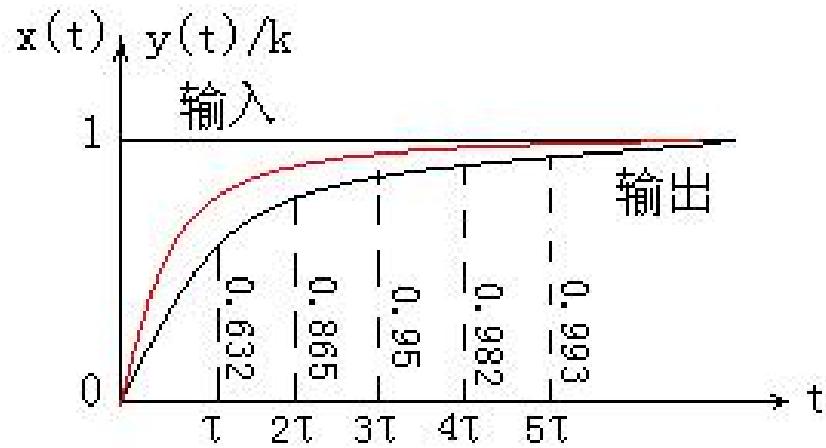
由拉氏反变换得到单位阶跃的响应信号为：

$$y(t) = k(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$



讨论：

- 暂态响应是指数函数，输出曲线成指数变化逐渐达到稳定；
- 因为惯性存在输出不能立刻达到稳定，理论上 $t \rightarrow \infty$ 时才能达到稳定，当 $t = \tau$ 时即达到稳定值的63. 2%，可见时间常数 τ 越小越好，是反映一阶传感器的重要参数；
- 实际运用时 $t = 4\tau$ 时工程上认为已达到稳定；
- 由曲线看出它与动态测温相似，所以动态测温是典型的一阶系统。



❖ 一阶传感器的频率响应

输入正弦信号的拉氏变换

$$X(t) = \sin \omega t$$



$$L\{X(t)\} = \frac{\omega}{S^2 + \omega^2}$$

通过传递函数求出输出：

$$Y(s) = H(s) \cdot X(s) = \frac{1}{\tau s + 1} \cdot \frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$$

$$Y(S) = \frac{\omega}{\tau} \cdot \frac{1}{(s + 1/\tau)(s^2 + \omega^2)}$$

❖ 一阶传感器的频率响应

拉氏逆变换后得到输出的振幅和频率变化特性

$$y(t) = \frac{\omega}{\tau} \frac{e^{-t/\tau}}{(1/\tau)^2 + \omega^2} + \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{(\omega/\tau)^2}{(1/\tau)^2 + \omega^2}} \sin(\omega t + \varphi)$$

输出Y(t)有个两部分，
 瞬态响应成分、稳态响应成分，
 瞬态响应随时间t逐渐消失。

忽略瞬态响应， 稳态响应整理后为：

$$y(t) = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}} \sin(\omega t + \varphi) = A(\omega) \sin(\omega t + \varphi)$$

幅—频特性：

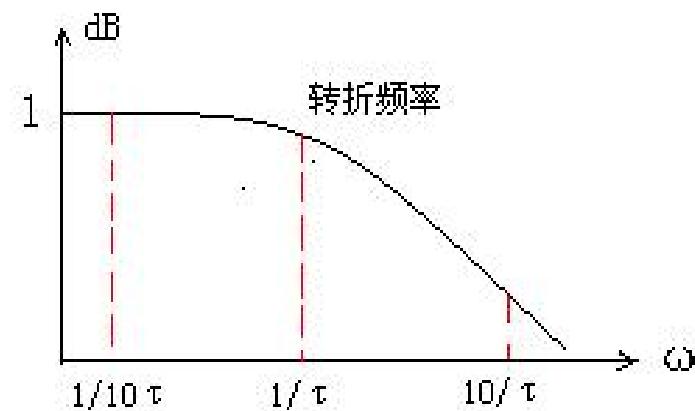
$$A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}}$$

相—频特性：

$$\varphi(\omega) = -\arctan(\omega \tau)$$

讨论:

- 一阶系统在时间常数 $\tau \ll 1$ 才近似零阶系统特性，
 $A(\omega) \approx k$, $\phi(\omega) \approx 0$; 输出 $y(t)$ 反映输入 $x(t)$ 变化;
- 当 $\tau = 1$ 时，传感器灵敏度下降了3dB，如果灵敏度下降到3dB时的频率为工作频率上限，则：上限频率为 $\omega_H = 1/\tau$ ，所以时间常数 τ 越小， ω_H 越高工作频率越宽，响应越好;
- 一阶系统的动态响应主要取决于时间常数 τ ，减少 τ 可改善传感器的频率特性，加快响应过程。



(3) 二阶系统的动态响应（振动系统）

- ❖ 二阶系统传递函数

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{b_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0} = \frac{k \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta \omega_n s + \omega_n^2}$$

阻尼固有频率

$$\omega_n = \sqrt{a_0 / a_2}$$

固有频率 ω_n 与传感器运动部件质量 m 和弹性敏感元件的刚度 k 有关。

$$k = b_0 / a_0$$

静态灵敏度

$$\xi = \frac{a_1}{2\sqrt{a_0 a_2}}$$

阻尼比

❖ 二阶传感器的阶跃响应

输入阶跃信号时拉氏变换为



$$L\{X(t)\} = \frac{1}{s}$$

输出拉氏变换

$$Y(s) = H(s)X(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \cdot \frac{1}{s}$$

❖ 二阶传感器的阶跃响应

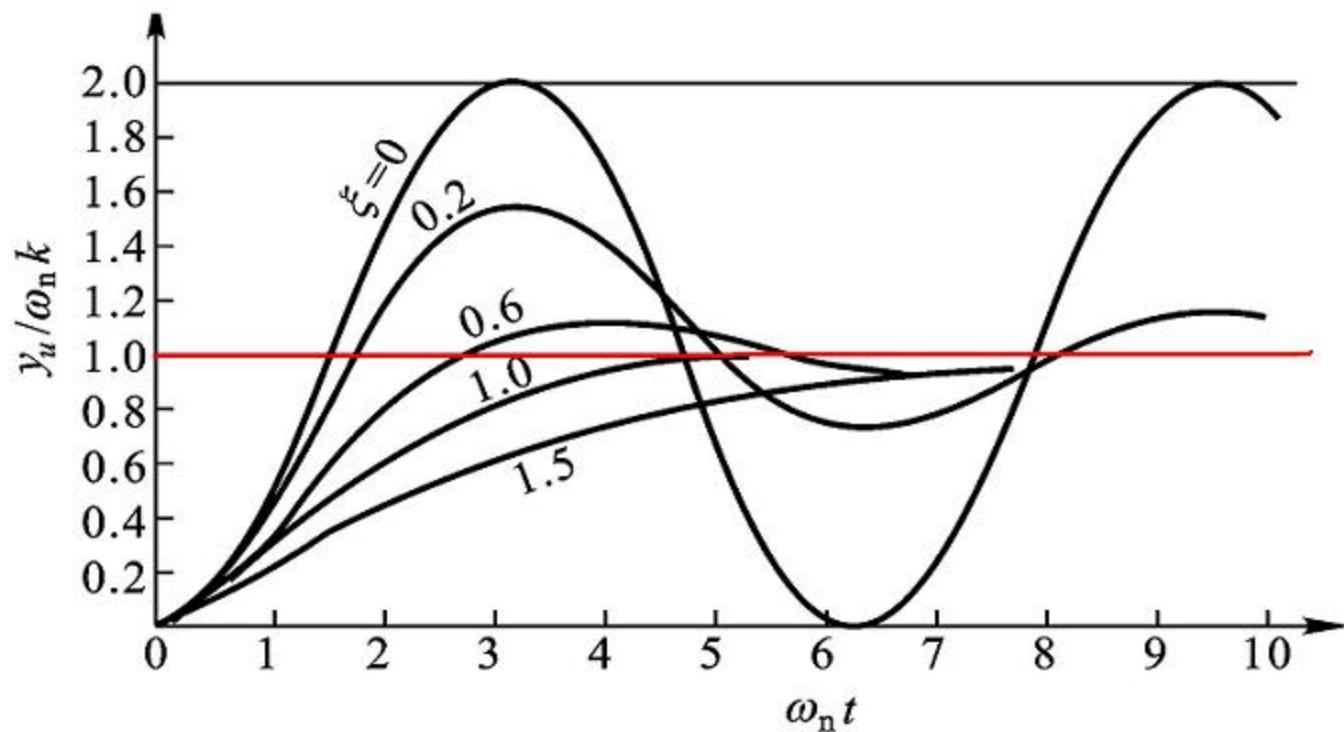
反变换求出输出函数为：

$$Y(t) = 1 - \left[\frac{e^{-\xi\omega_n t}}{\sqrt{1-\xi^2}} \right] \cdot \sin(\omega_d t + \phi)$$

$$\phi = -\operatorname{arcth} \left[\sqrt{1-\xi} \left(\frac{\omega_d}{\omega_n} \right)^2 / \xi \right]$$

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1-\xi^2}$$

用 $y(t)$ 作图，不同阻尼比 ξ 值曲线形式不同



讨论:

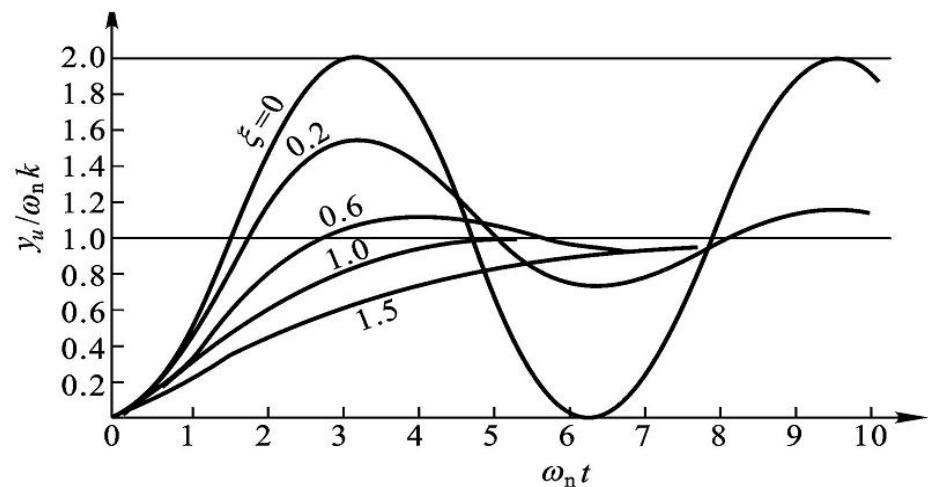
根据阻尼比 ξ 大小可分四种情况:

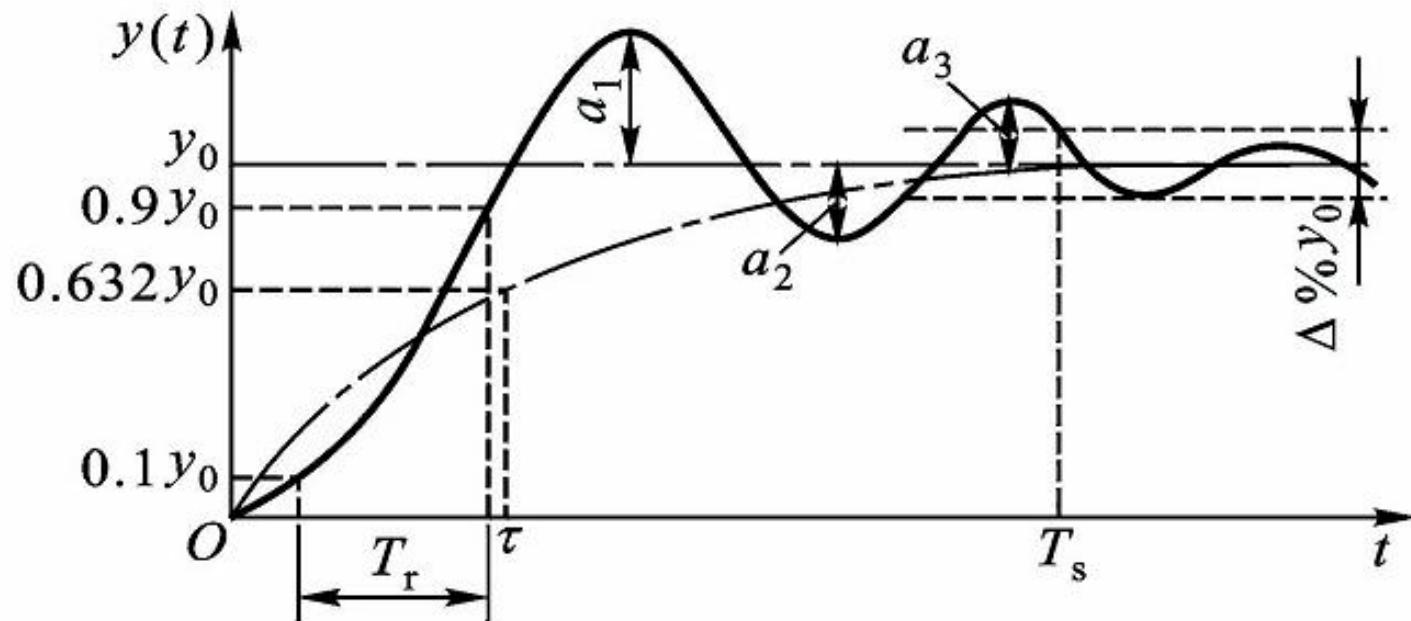
1. $\xi = 0$, 零阻尼, 等幅振荡, 产生自激永远达不到稳定;
2. $\xi < 1$, 欠阻尼, 衰减振荡, 达到稳定时间随 ξ 下降加长;
3. $\xi = 1$, 临界阻尼, 响应时间最短;
4. $\xi > 1$, 过阻尼, 稳定时间较长。

➤ 实际取值稍有一点欠阻

尼调整, ξ 取 0.6—0.8

过冲量不太大, 稳定时间不太长。





一阶、二阶两条典型的阶跃响应曲线



- 一个起始静止的二阶系统, 输入正弦信号

$$X(t) = \sin \omega t$$

频率为 ω 时输出拉氏变换为:

$$Y(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \cdot \frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$$

式中, ω_n 传感器的固有频率, ω 信号频率

❖ 二阶传感器的频率响应

拉氏反变换为

$$Y(t) = \frac{k\omega_n \omega}{\sqrt{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + 4\xi^2 \omega_n^2 \omega^2}} \sin(\omega t + \varphi_1)$$

$$+ \frac{k\omega_n \omega}{(1 - \xi^2)\sqrt{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + 4\xi^2 \omega_n^2 \omega^2}} e^{-\xi\omega_n t} \sin\left[\omega_n (1 + \xi^2)t + \varphi_2\right]$$

❖ 二阶传感器的频率响应

幅——频特性

$$A(\omega) = \left| \frac{Y(t)}{k} \right| = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n} \right)^2 \right]^2 + \left(2\xi \frac{\omega}{\omega_n} \right)^2}}$$

相——频特性

$$\varphi(\omega) = -\arctan \frac{2\xi \frac{\omega}{\omega_n}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n} \right)^2}$$

讨论:

- 当 $\xi < 1$ (或 $\xi < 0.707$)，且 $\omega_n \gg \omega$ 时，幅值 $A(\omega) \approx 1$, $\Phi(\omega) \approx 0$;
- 当 $\xi < 1$, 且 $\omega_n = \omega$ ($\omega / \omega_n = 1$) 时，在 $\omega / \omega_n = 1$ 附近有个峰值，会产生共振，相位差 $90^\circ - 180^\circ$;
- 传感器固有频率 ω_n 至少应大于被测信号频率 ω 的 $3 \sim 5$ 倍, $\omega_n \geq (3 \sim 5) \omega$, 保证增益避免共振。
- 二阶传感器的动态特性主要决定传感器的固有频率 ω_n 和阻尼系数 ξ 。

□影响传感器动态特性的主要参数是：

- ✓ 时间常数 τ ， τ 越小响应越快，频带越宽；
- ✓ 传感器固有频率 ω_n ，选择在 $(3\sim 5)\omega$ (信号)；
- ✓ 阻尼比 ξ ，选择在 $0.6\sim 0.8$ ，原则是过冲不太大，稳定时间不太长。

问题：

- (1) 正确理解传感器的静态特性指标包括：线性度、迟滞、重复性、灵敏度、稳定性等等；
- (2) 理解传感器系统的传递函数表示方法，什么是传感器的动态特性中的一阶传感器、二阶传感器的传递函数；
- (3) 一阶传感器和二阶传感器的频率响应特性（幅频特性、相频特性）参数有哪些？